

INSTRUMENTY FINANSOWE RYNKU NIERUCHOMOŚCI

– ELEMENTY WYCENY I ANALIZY RYZYKA

prof. dr hab. Krzysztof Jajuga

Katedra Inwestycji Finansowych i Zarządzania Ryzykiem,
Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu



CZĘŚĆ 2

INSTRUMENTY DŁUŻNE RYNKU NIERUCHOMOŚCI – ANALIZA RYZYKA KREDYTOWEGO

Jest to kolejny artykuł z cyklu dotyczącego wyceny i analizy ryzyka instrumentów finansowych rynku nieruchomości.

W pierwszym artykule tego cyklu (por. Jajuga (2009)) przedstawione było zagadnienie wyceny instrumentów dłużnych rynku nieruchomości. Są to instrumenty zaliczane do trzech grup:

- kredyty mieszkaniowe zabezpieczone hipotecznie
- papiery wartościowe zabezpieczone hipotecznie
- udziały w funduszach instrumentów dłużnych rynku nieruchomości.

Zawarte tam również były pewne odniesienia do problematyki ryzyka tych instrumentów. Obecny artykuł w sposób bardziej szczegółowy omawia zagadnienie analizy ryzyka kredytowego instrumentów dłużnych rynku nieruchomości.

1. Wprowadzenie do modelowania ryzyka kredytowego

Ryzyko inwestycji w instrumenty finansowe rynku nieruchomości oznacza, że zrealizowany dochód z tej inwestycji różni się oczekiwanego dochodu z inwestycji. Wynika z tego, że ryzyko inwestycji prowadzi zarówno do negatywnych efektów (zrealizowany dochód jest niższy od oczekiwanego), jak i pozytywnych (zrealizowany dochód jest wyższy od oczekiwanego).

W poprzednim artykule wymienione zostały trzy podstawowe rodzaje ryzyka instrumentów dłużnych rynku nieruchomości. Są to:

- ryzyko kredytowe, wynikające z możliwości niedotrzymania warunków przez stronę kontraktu
- ryzyko stopy procentowej, wynikające ze zmian stóp procentowych na rynku finansowym
- ryzyko cen nieruchomości, wynikające ze zmian cen nieruchomości będących przedmiotem zabezpieczenia.

W poprzednim artykule przedstawiona została podstawowa idea uwzględniania ryzyka przy analizie inwestycji w instrumenty dłużne rynku nieruchomości. Ilustruje to następująca zależność:

Wymagana stopa dochodu = stopa z inwestycji wolnej od ryzyka (stopa wolna od ryzyka) + premia za ryzyko (spread)

Wynika z tego, że ryzyko odzwierciedlane jest tu przez określenie premii za ryzyko, czyli tzw. *spreadu*. Podejście to wykorzystywane jest bezpośrednio w analizie ryzyka kredytowego.

W najprostszym sposobie analiza ryzyka kredytowego może być przeprowadzona z zastosowaniem następującej relacji:

$$L = EAD \cdot LGD \cdot LI \quad (1)$$

Gdzie:

L (*Loss*) – wielkość straty

EAD (*Exposure At Default*) – wartość kontraktu (odzwierciedlanego przez instrument finansowy) zagrożona niedotrzymaniem warunków

LGD (*Loss Given Default*) – strata w wypadku niedotrzymania warunków, określona jako procent wartości kontraktu

LI – zmienna zerojedynkowa, będąca indykatorem niedotrzymania warunków; zmienna ta przyjmuje wartość 1, gdy dojdzie do niedotrzymania warunków, zaś wartość 0, gdy druga strona dotrzyma warunków.

Zauważmy, że indyktor niedotrzymania warunków jest zmienną losową, która ma rozkład dwupunktowy. Jeśli oznaczymy prawdopodobieństwo niedotrzymania warunków przez PD (*Probability of Default*), wówczas otrzymujemy wartość oczekiwaną indykatora niedotrzymania warunków:

$$E(LI) = 1 \cdot PD + 0 \cdot (1 - PD) = PD \quad (2)$$

Obecnie przedstawimy związek przedstawionej powyżej relacji ze *spreadem* poprzez ilustrację na prostym przykładzie kredytu udzielonego przez bank.

Dla uproszczenia przyjmijmy, iż wielkość udzielonego kredytu to C , okres to 1 rok, zaś stopa oprocentowania wynosi R . Wynika z tego, że bank oczekuje, iż po roku otrzyma od kredytobiorcy kwotę równą $C(1+R)$. Jednak kwota ta obciążona jest ryzykiem niedotrzymania warunków. Jeśli przyjmiemy, że prawdopodobieństwo niedotrzymania warunków wynosi PD , zaś bank straci LGD (jako procent tej kwoty) w wypadku niedotrzymania warunków, wówczas możemy wyznaczyć wartość oczekiwaną kwoty uzyskanej przez bank po roku. Wynosi ona:

$$C(1+R) \cdot (1 - PD) + C(1+R)(1 - LGD) \cdot PD = C(1+R) \cdot [(1 - PD) + (1 - LGD) \cdot PD] \quad (3)$$

Przyjmijmy, że wartość ta powinna być równa kwocie uzyskanej z tytułu kredytu wolnego od ryzyka, czyli takiego, w którym stopa oprocentowania równa jest stopie wolnej od ryzyka. Na tej podstawie otrzymujemy zależność:

$$(1+R) \cdot [(1 - PD) + (1 - LGD) \cdot PD] = 1 + R_f \quad (4)$$

Gdzie:

R_f – stopa wolna od ryzyka.

Na podstawie wzoru (4) można określić zależność *spreadu* od parametrów

określających ryzyko kredytowe. Przedstawia ją następujący wzór:

$$R - R_f = (1 + R_f) \frac{LGD \cdot PD}{1 - LGD \cdot PD} \quad (5)$$

Z wzoru (5) wynika, że *spread* kredytowy:

- jest tym wyższy, im wyższe jest prawdopodobieństwo niedotrzymania
- jest tym wyższy, im wyższa jest strata w przypadku niedotrzymania.

Przy określaniu *spreadu* w instrumentach dłużnych rynku nieruchomości należy brać pod uwagę te dwie charakterystyki. Prawdopodobieństwo niedotrzymania odzwierciedla wiarygodność kredytobiorcy i jest badana przed udzieleniem kredytu. Strata w wypadku niedotrzymania odzwierciedla jakość zabezpieczenia kredytu, w tym wypadku zabezpieczenia hipotecznego. W praktyce jakość ta powinna decydować o wartości LTV (*Loan To Value*). Błędy w tym zakresie można było zaobserwować w okresie kryzysu *subprime*, gdy przyjmowano zbyt wysoką wartość LTV, czyli zakładano niską stratę w wypadku niedotrzymania, to zaś prowadziło do określania zbyt niskich *spreadów* kredytowych.

Wielkość straty jest to podstawowa zmienna losowa, określająca poziom ryzyka kredytowego. Zmienna (podobnie, jak inne zmienne losowe) opisana jest za pomocą dwóch podstawowych charakterystyk, którymi są:

- wartość oczekiwana straty, inaczej zwana oczekiwaną stratą
- odchylenie standardowe straty.

Wartość oczekiwana straty może być interpretowana jako strata z danego kredytu, której można się spodziewać w przeciętnych warunkach rynkowych. Wartość ta dana jest za pomocą następującego wzoru:

$$EL = EAD \cdot LGD \cdot PD \quad (6)$$

Gdzie:

EL – oczekiwana strata.

Jak wynika z wzoru (6), oczekiwana strata w sposób bezpośredni zależy od prawdopodobieństwa niedotrzymania oraz od straty w wypadku niedotrzymania.



Z kolei odchylenie standardowe straty odzwierciedla niepewność wynikającą z faktu, że warunki rynkowe mogą być różne od przeciętnych, co oznacza, że zrealizowana strata może się różnić od oczekiwanej straty, określonej wzorem (6). Jest to w pewnym sensie „typowe” odchylenie od oczekiwanej straty. Po przyjęciu pewnych upraszczających założeń, odchylenie standardowe straty można określić następującym wzorem:

$$S(L) = EAD \cdot \sqrt{V(SEV) \cdot PD + LGD^2 \cdot PD(1-PD)} \quad (7)$$

Gdzie:

$S(L)$ – odchylenie standardowe straty
 $V(SEV)$ – wariancja zmiennej określającej poziom straty w przypadku niedotrzymania.

We wzorze (7) występuje wariancja zmiennej losowej, określającej poziom strat w wypadku niedotrzymania warunków. Mierzy ona niepewność związaną z poziomem strat w wypadku niedotrzymania. Wartość oczekiwana tej zmiennej losowej wynosi LGD .

Z wzoru (7) wynika, że odchylenie standardowe straty:

- jest tym wyższe, im wyższe jest prawdopodobieństwo niedotrzymania
- jest tym wyższe, im wyższa jest strata w przypadku niedotrzymania
- jest tym wyższe, im wyższa jest niepewność związana ze stratą w wypadku niedotrzymania.

Ta trzecia zależność jest istotnie powiązana z rynkiem nieruchomości. Jest tak, gdyż zmiany cen na rynku nieruchomości oznaczają zwiększone ryzyko wartości zabezpieczenia hipotecznego, a to z kolei bezpośrednio wpływa na wielkość straty w wypadku niedotrzymania warunków.

2. Analiza ryzyka kredytowego portfela

W praktyce podmioty, które inwestują w instrumenty dłużne rynku nieruchomości, mają do czynienia z portfelami tych instrumentów. Bank udziela dużej liczby kredytów zabezpieczonych hipotecznie. Inwestorzy

na rynku papierów wartościowych zabezpieczonych hipotecznie mają do czynienia ze złożonymi instrumentami dłużnymi, które daje się przedstawić jako portfele prostszych instrumentów dłużnych. Wreszcie, portfele instrumentów dłużnych są aktywami funduszy dłużnych rynku nieruchomości.

Analiza ryzyka kredytowego portfela jest bezpośrednim uogólnieniem podejścia przedstawionego w poprzednim punkcie, odnoszącego się do pojedynczego instrumentu dłużnego. Zakładając, że portfel zawiera n instrumentów dłużnych, otrzymujemy następujący wzór, określający stratę w portfelu, wynikającą z ryzyka kredytowego:

$$L_p = \sum_{i=1}^n EAD_i \cdot LGD_i \cdot LI_i \quad (8)$$

Gdzie:

L_p – wielkość straty z portfela, natomiast EAD , LGD oraz LI z indeksem dolnym oznaczają odpowiednio: wartość kontraktu zagrożoną niedotrzymaniem warunków, stratę w wypadku niedotrzymania warunków oraz indyktor niedotrzymania warunków, w odniesieniu do składnika portfela o numerze odpowiadającym indeksowi dolnemu.

Podobnie, jak w przypadku pojedynczego instrumentu, również w odniesieniu do portfela wielkość straty dana wzorem (8), charakteryzowana jest za pomocą wartości oczekiwanej (oczekiwanej straty) oraz odchylenia standardowego.

Oczekiwana strata w portfelu określona jest następującym wzorem:

$$e_p = \sum_{i=1}^n EAD_i \cdot LGD_i \cdot PD_i \quad (9)$$

Gdzie:

e_p – oczekiwana strata w portfelu.

Z wzoru (9) wynika, że oczekiwana strata w portfelu zależy od prawdopodobieństw niedotrzymania oraz straty w wypadku niedotrzymania określonych dla poszczególnych składników portfela.

Z kolei wzór na odchylenie standardowe straty w portfelu, wyznaczony przy upraszczającym założeniu, że poziom strat w przypadku niedotrzymania warunków (czyli LGD) jest taki sam dla wszystkich składników portfela, jest następujący:

$$S(L_p) = \sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n EAD_i \cdot EAD_j \cdot LGD^2 \cdot \dots \cdot \rho_{ij} \cdot \sqrt{PD(1-PD_i)PD_j(1-PD_j)}} \quad (10)$$

Gdzie:

$S(L_p)$ – odchylenie standardowe straty w portfelu

ρ_{ij} – współczynnik korelacji między indykatorami niedotrzymania warunków dla dwóch składników portfela, i -tego oraz j -tego.

Z wzoru (10) wynika, że odchylenie standardowe straty w portfelu instrumentów dłużnych narażonych na ryzyko kredytowe zależy od prawdopodobieństw niedotrzymania warunków, strat w przypadku niedotrzymania warunków oraz, co bardzo istotne, korelacji niedotrzymania warunków, tym niższe odchylenie standardowe straty w portfelu. Jest to klasyczna zależność, będąca fundamentem zarządzania ryzykiem.

Powyższy wzór został wyznaczony przy założeniu jednakowej straty w przypadku niedotrzymania warunków. Przyjęcie tego założenia jest uzasadnione w przypadku portfela kredytów udzielonych przez bank dla grupy w miarę jednorodnych podmiotów, takich jak gospodarstwa domowe.

3. Określenie parametrów ryzyka kredytowego

Przedstawiony w poprzednim punkcie model ryzyka kredytowego portfela ma u podstaw parametry, które powinny być określone przez użytkownika tego modelu. Tymi parametrami są:

- prawdopodobieństwa niedotrzymania (PD)
- straty w wypadku niedotrzymania (LGD)
- korelacje niedotrzymania warunków, oznaczone przez ρ_{ij}

Prawdopodobieństwo niedotrzymania warunków jest tym spośród wymienionych parametrów, który doczekał się największej liczby proponowanych sposobów estymacji. Ogół modeli prowadzących do wyznaczenia prawdopodobieństwa niedotrzymania można podzielić na trzy grupy (por. Jajuga (2007)):

- modele strukturalne
- modele zredukowane
- modele empiryczne.

Modele strukturalne stosowane są w odniesieniu do przedsiębiorstw (oraz instytucji finansowych). Biorą pod uwagę ekonomiczną strukturę konkretnego podmiotu gospodarczego, a ściślej, finansową strukturę tego podmiotu, poprzez rozpatrywanie jego aktywów i pasywów. Idea jest tu następująca: ryzyko kredytowe jest tym wyższe, im rynkowa wartość aktywów netto, tzn. aktywów pomniejszonych o zobowiązania, jest bliższa zeru.

Modele zredukowane w zasadzie mogą być stosowane w odniesieniu do dowolnych podmiotów. Są to modele, w których analizowane jest prawdopodobieństwo niedotrzymania warunków dla całego zbioru podmiotów. Modele te mają charakter dynamiczny, tzn. analizują proces zmian prawdopodobieństwa niedotrzymania warunków, często w zależności od pewnych charakterystyk makroekonomicznych.

Wymienione dwie grupy modeli mogą być stosowane w odniesieniu do instrumentów dłużnych, które są notowane na rynkach finansowych, a więc takie, dla których występuje obrót na tych rynkach. Z kolei trzecia grupa, modele empiryczne, są właściwie przeznaczone do analizy kredytów (w tym kredytów zabezpieczonych hipotecznie), a w szczególności do określania prawdopodobieństw niedotrzymania. Duża część modeli empirycznych nazywana jest modelami scoringowymi.

Procedura zastosowania modeli empirycznych (scoringowych) przebiega w następujących etapach:

1. Identyfikacja charakterystyk analizowanych podmiotów (w szczególności kredytobiorców).
2. Wybór dwóch grup podmiotów: niedotrzymujących i dotrzymujących oraz zgromadzenie danych historycznych dotyczących ich charakterystyk.
3. Wyznaczenie funkcji (np. funkcji scoringowej) oraz wartości progowej umożliwiającej podział podmiotów na klasy.
4. Wyznaczenie wartości scoringowej dla nowego analizowanego podmiotu i podjęcie decyzji co do zawarcia kontraktu.

Należy zaznaczyć, iż tylko niektóre modele scoringowe prowadzą do bezpośredniego określenia prawdopodobieństw niedotrzymania. Czyny tak na przykład model logitowy, w którym wartość scoringowa może być interpretowana jako prawdopodobieństwo niedotrzymania warunków. Model ten można przedstawić następującymi wzorami:

$$Z^* = a_1 X_1 + a_2 X_2 + \dots + a_m X_m + a_0 + \varepsilon \quad (11)$$

$$Z = (1 + e^{-Z^*})^{-1} \quad (12)$$

Funkcja dana wzorem (11) jest to regresja liniowa, w której zmiennymi objaśniającymi są czynniki determinujące ryzyko niedotrzymania warunków przez dany podmiot. Z kolei równanie (12) prowadzi do określenia prawdopodobieństwa niedotrzymania. Jeśli zmienna objaśniana w (11) przyjmuje bardzo niską wartość – jest tak dla podmiotów, które dotrzymały warunków, wówczas prawdopodobieństwo niedotrzymania jest bliskie 0. Odwrotnie jest w przypadku przyjmowania przez tę zmienną wysokiej wartości.

Modele empiryczne są relatywnie proste w zastosowaniu. Wymagają jednak dysponowania zbiorem danych historycznych o podmiotach dotrzymujących i niedotrzymujących. Skuteczność modeli empirycznych zależy w dużym stopniu od identyfikacji właściwych czynników determinujących ryzyko kredytowe podmiotu.

Prawdopodobieństwa niedotrzymania określane są dla wszystkich trzech rozważanych grup instrumentów dłużnych rynku nieruchomości. W przypadku kredytów mieszkaniowych zabezpieczonych hipotecznie z reguły wykorzystywane są modele empiryczne, zwłaszcza scoringowe, zaś w przypadku papierów wartościowych zabezpieczonych hipotecznie oraz udziałów w funduszach dłużnych rynku nieruchomości sięga się po modele strukturalne lub (rzadziej) modele zredukowane.

Kolejny parametr ryzyka kredytowego, strata w wypadku niedotrzymania warunków często jest szacowana na podstawie danych historycznych. Jak już wskazywaliśmy, w przypadku kredytów zabezpieczonych hipotecznie kluczową rolę odgrywa jakość zabezpieczeń. W przypadku

rynków instrumentów dłużnych o krótkiej historii z reguły są duże kłopoty z dostępnością tych danych.

Korelacja niedotrzymania warunków, jak wynika z wzoru (10), jest kluczowym parametrem wpływającym na ryzyko kredytowe portfela instrumentów dłużnych rynku nieruchomości. Zauważmy jednak, że już nawet przy umiarkowanej liczbie składników portfela (kilkanaście lub kilkadziesiąt), liczba współczynników korelacji między indykatorami niedotrzymania warunków jest bardzo duża (na przykład przy 20 składnikach, jest to 190 współczynników). Praktycznie nie jest możliwe zatem określenie osobno dla każdej pary instrumentów dłużnych korelacji niedotrzymania.

W miejsce tego można stosować uproszczoną metodę, w której poszczególni kredytobiorcy (poszczególne instrumenty dłużne) są grupowani w kilka jednorodnych klas i określane są jednakowe korelacje niedotrzymania w przypadku składników portfela należących do tej samej klasy. Jeśli, na przykład, kilka tysięcy kredytobiorców zostało podzielonych na pięć klas, wtedy wystarczy określić 15 różnych korelacji (10 dla par kredytobiorców należących do różnych klas plus 5 dla par kredytobiorców należących do tej samej klasy). Czyny się to często wykorzystując dane historyczne. ■ ■ ■

LITERATURA

1. Jajuga K. (2007), (red.), *Zarządzanie ryzykiem*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
2. Jajuga K. (2009), *Instrumenty finansowe rynku nieruchomości – elementy wyceny i analizy ryzyka. Część 1 – Instrumenty dłużne rynku nieruchomości – wycena*, Finansowanie nieruchomości, 19, s. 27-31.