Matura 2006 – *było łatwiej?*

Kolejny egzamin maturalny z matematyki w nowej formie za nami. Wyniki były słabe, choć był prostszy niż rok temu.

JAN KRASZEWSKI

Zgadzam się z tą opinią, zwłaszcza na poziomie podstawowym. Może to oznaczać, że Centralna Komisja Egzaminacyjna wzięła pod uwagę krytyczne głosy, które pojawiły się po zeszłorocznym egzaminie. Tym bardziej, że znów powróciła dyskusja na temat obowiązkowej matury z matematyki.

Ponieważ tegoroczne zadania maturalne stanowią naturalny punkt wyjścia przygotowań do przyszłych egzaminów, więc warto się chwilę zatrzymać zarówno nad nimi samymi, jak i nad błędami, popełnianymi przez uczniów przy ich rozwiązywaniu (którym mogłem się przyjrzeć, oceniając prace jako egzaminator maturalny).

Wśród błędów uczniowskich, jakkolwiek bardzo różnorodnych, da się wyróżnić kilka o charakterze bardziej ogólnym. Oto one:

1. Mała sprawność rachunkowa. Często przy przekształcaniu wyrażeń algebraicznych oraz przy zwykłych rachunkach popełniane są błędy, które wypaczają wynik. Niejednokrotnie prowadzą one do dziwnych, czy wręcz absurdalnych rezultatów. Wydaje się zatem, że uczniom brakuje odruchu choćby pobieżnego sprawdzenia końcowego wyniku, co niekiedy wcale nie jest czasochłonne.

2. Nieuważne czytanie zadań. Konsekwencją tej nieuwagi jest nierealizowanie niektórych poleceń zadania. Na przykład, w zadaniu 8 zapomina się o podaniu zbioru wartości funkcji f, a w zadaniu 18 podaje się długość jednej zamiast obu krawędzi graniastosłupa.

3. Nieumiejętność czytania ze zrozumieniem. Problem dotyczy zadań, w których pojawia się informacja, którą przed wykorzystaniem trzeba najpierw poprawnie zinterpretować. Wiele osób rozwiązując zadanie 5 pominęło założenie $\sin\alpha < 0$ prawdopodobnie dlatego, że nie dało się go bezpośrednio wykorzystać. Nie zrozumiały, że wskazuje ono na ćwiartkę, w której leży kąt α. Podobnie, czytając zadanie 19 wielu uczniów pominęło zdanie *Wszystkie wyrazy tego ciągu są różne od zera* i w konsekwencji nie uczyniło koniecznego założenia $q \neq 0$.

4. Kłopoty z intuicjami geometrycznymi. Często, by móc rozwiązać zadanie geometryczne, trzeba najpierw coś dostrzec (np. podobieństwo trójkątów w zadaniu 6, trójkąt równoboczny w zadaniu 7 lub możliwość zastosowania tw. sinusów w zadaniu 16). Niedostatki naturalnej intuicji w tym zakresie skutkują albo niemożnością rozwiązania zadania, albo wyborem złej lub nieefektywnej metody rozwiązania. A przecież metoda metodzie nierówna – jedna jest krótka i elegancka, a druga, nawet poprawna, czasochłonna, skomplikowana rachunkowo i podatna na błędy. Zdarza się, że uczeń, nawet posiadając odpowiednie „narzędzia”, wybiera niewłaściwe. Czasem odnosiłem wrażenie, że pierwsze, jakie wpadnie mu w rękę… Z tym wiąże się następny problem.

5. Brak refleksji nad wybraną metodą rozwiązania. Jeżeli rozwiązując zadanie, zamiast zbliżać się do celu, zaczynamy grzęznąć w rachunkach, to może warto by spróbować inaczej? Wydaje mi się, że stając przed takim dylematem, uczeń często decyduje się mimo wszystko brnąć dalej, ulegając presji czasu: *Tyle czasu już na to poświęciłem!* i miejsca: *Jak zacznę od początku, to nie zmieszczę się z rozwiązaniem!* A przecież dobre rozwiązanie może zająć mało miejsca i pochłonąć mniej czasu, niż wątpliwe rachunki.

6. Niezrozumienie pojęć. Również najczęściej widoczne w geometrii – mylenie graniastosłupa prawidłowego trójkątnego z graniastosłupem prawidłowym czworokątnym albo z ostrosłupem, ostrosłupa prawidłowego czworokątnego z czworościanem, kąta nachylenia ściany bocznej z kątem nachylenia krawędzi, itd.

Myślę, że warto też porozmawiać z uczniami na temat **podstawowych zasad zdawania egzaminu pisemnego**. Wytłumaczyć, że warto poświęcić kilka minut na spokojne przeczytanie zadań (i instrukcji – mam wrażenie, że niektórzy zdający nie zauważyli zadania 11…), by następnie ustalić kolejność rozwiązywania zadań – od najłatwiejszych do najtrudniejszych (trudne zadania są czasochłonne i może nie starczyć czasu na napisanie tego, co wiemy). Przypomnieć, że spokojne i uważne czytanie zadań to nie jest strata czasu, podobnie jak sprawdzenie odpowiedzi (tam, gdzie jest to możliwe w prosty sposób). Poćwiczyć wykorzystanie ograniczonego miejsca – nic tak nie utrudnia sprawdzania jak chaotycznie nabazgrane rozwiązanie. Dobrze jest podkreślić, że jak zabraknie nam miejsca (ale tylko wtedy), to wolno dokończyć rozwiązanie w brudnopisie – trzeba tylko to rozwiązanie bardzo dokładnie, zgodnie z zaleceniami, opisać. Wreszcie warto się czasem chwilę zastanowić – jeśli za zadanie są 3 punkty, to nie wymaga ono zapewne bardzo skomplikowanych rachunków…

Przejdziemy teraz do omówienia poszczególnych zadań i trudności, jakie sprawiały.

Arkusz I. Poziom podstawowy. Czas pracy 120 minut

1 (3 pkt). Dane są zbiory:
$A = \{x \in \mathbf{R}: x - 4 \geq 7\}$,
$B = \{x \in \mathbf{R}: x^2 > 0\}$.
Zaznacz na osi liczbowej:
a) zbiór A,
b) zbiór B,
c) zbiór $C = B \setminus A$.

Niezbędna była umiejętność rozwiązywania nierówności z wartością bezwzględną. Trochę osób nie zauważyło, że $0 \notin B$, a część z tych, która o tym fakcie pamiętała, zapominała o nim przy rysowaniu różnicy $B \setminus A$.

2 (3 pkt). W wycieczce szkolnej bierze udział 16 uczniów, wśród których tylko czworo zna okolicę. Wychowawca chce wybrać w sposób losowy 3 osoby, które mają pójść do sklepu. Oblicz prawdopodobieństwo tego, że wśród wybranych trzech osób będą dokładnie dwie znające okolicę.

Zadanie wymagające zastosowania prawdopodobieństwa klasycznego, o czym większość zdających, którzy zdecydowali się rozwiązywać to zadanie, pamiętała.

Kłopoty bywały natomiast z kombinatoryką. Popularne były też rozwiązania przy pomocy „drzewka”. Złe rozwiązania wskazywały na ogół na zupełne niezrozumienie tematyki.

3 (5 pkt). Kostka masła produkowanego przez pewien zakład mleczarski ma nominalną masę 20 dag. W czasie kontroli zakładu zważono 150 losowo wybranych kostek masła. Wyniki badań przedstawiono w tabeli.

Masa kostki masła (w dag)	16	18	19	20	21	22
Liczba kostek masła	1	15	24	68	26	16

a) Na podstawie danych przedstawionych w tabeli oblicz średnią arytmetyczną oraz odchylenie standardowe masy kostki masła.

b) Kontrola wypada pozytywnie, jeśli średnia masa kostki masła jest równa masie nominalnej i odchylenie standardowe nie przekracza 1 dag. Czy kontrola zakładu wypadła pozytywnie? Odpowiedź uzasadnij.

Typowe zadanie statystyczne. Większość uczniów nie miała problemów z wyliczeniem średniej arytmetycznej, gorzej było z odchyleniem standardowym. Tu widać było niezrozumienie używanego wzoru – sporo osób zapominało, że danymi są masy *pojedynczych* kostek, więc nie wystarczy automatyczne wstawienie do wzoru danych z górnego wiersza tabelki. Nie było natomiast problemów z wnioskowaniem.

4 (4 pkt). Dany jest rosnący ciąg geometryczny, w którym $a_1 = 12$, $a_3 = 27$.

a) Wyznacz iloraz tego ciągu.

b) Zapisz wzór, na podstawie którego można obliczyć wyraz a_n, dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$.

c) Oblicz wyraz a_6.

Nie sprawiało większych problemów. Można wytknąć autorom zadania pewną niejednoznaczność – nie było oczywiste, że w podpunkcie b) interesuje nas zastosowanie wzoru ogólnego $a_n = a_1q^{n-1}$ do tego konkretnego ciągu geometrycznego (czyli dla $a_1 = 12$ i $q = \frac{3}{2}$). W związku z tym niektórzy podawali tylko wzór ogólny.

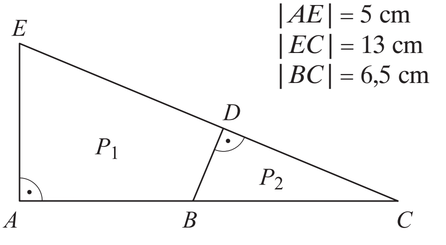
5 (3 pkt). Wiedząc, że $0° \leq \alpha \leq 360°$, $\sin\alpha < 0$ oraz $4\operatorname{tg}\alpha = 3\sin^2\alpha + 3\cos^2\alpha$:

a) oblicz $\operatorname{tg}\alpha$,

b) zaznacz w układzie współrzędnych kąt α i podaj współrzędne dowolnego punktu, różnego od początku układu współrzędnych, który leży na końcowym ramieniu tego kąta.

Sporo osób zaznaczało kąt α w pierwszej ćwiartce, zamiast w trzeciej (zapominając o założeniu $\sin\alpha < 0$) i w konsekwencji wskazywało niewłaściwy punkt.

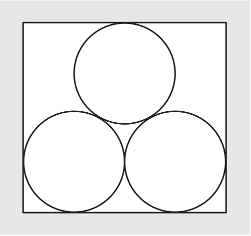
6 (7 pkt). Państwo Nowakowie przeznaczyli 26 000 zł na zakup działki. Do jednej z ofert dołączono rysunek dwóch przylegających do siebie działek w skali 1 : 1000. Jeden metr kwadratowy gruntu w tej ofercie kosztuje 35 zł.



Oblicz, czy przeznaczona przez państwa Nowaków kwota wystarczy na zakup działki P_2.

W tym zadaniu ważny był plan działania (wykonać trzeba było sporo czynności), którego najważniejszą częścią był geometryczny początek. Niektórzy uczniowie nie zauważyli podobieństwa trójkątów ACE i DCB (lub nie skorzystali z sinusa kąta C) i w konsekwencji wynajdywali bardzo dziwne sposoby wyliczenia długości odcinka BD.

7 (5 pkt). Szkic przedstawia kanał ciepłowniczy, którego przekrój poprzeczny jest prostokątem. Wewnątrz kanału znajduje się rurociąg składający się z trzech rur, każda o średnicy zewnętrznej 1 m.



Oblicz wysokość i szerokość kanału ciepłowniczego. Wysokość zaokrąglij do 0,01 m.

Tutaj kluczowe było dostrzeżenie trójkąta równobocznego, którego wierzchołkami były środki okręgów (niektórzy znajdowali inny trójkąt równoboczny). Ci którym się to udało, na ogół poprawnie kończyli rozwiązanie. Pozostali poprzestawali na wyznaczeniu szerokości kanału. Co zaskakujące, sporo osób pomyliło średnicę rury z jej promieniem.

8 (5 pkt). Dana jest funkcja

$$f(x) = -x^2 + 6x - 5.$$

a) Naszkicuj wykres funkcji f i podaj jej zbiór wartości.

b) Podaj rozwiązanie nierówności $f(x) \geq 0$.

Typowe zadanie, raczej nie stwarzało problemów poza rachunkowymi (najczęstsza pomyłka to wstawianie do wzoru $y_w = \frac{-\Delta}{4a}$ wyliczonej wcześniej wartości $\sqrt{\Delta}$ zamiast Δ).

9 (6 pkt). Dach wieży ma kształt powierzchni bocznej ostrosłupa prawidłowego czworokątnego, którego krawędź podstawy ma długość 4 m. Ściana boczna tego ostrosłupa jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem 60°.

a) Sporządź pomocniczy rysunek i zaznacz na nim podane w zadaniu wielkości.

b) Oblicz, ile sztuk dachówek należy kupić, aby pokryć ten dach, wiedząc że do pokrycia 1 m^2 potrzebne są 24 dachówki. Przy zakupie należy doliczyć 8% dachówek na zapas.

W tym zadaniu, jeżeli tylko uczeń poprawnie sporządził rysunek i dobrze go opisał, to już na ogół nie miał problemu z właściwym wyznaczeniem liczby potrzebnych dachówek, pamiętał też, że wynik powinien być liczbą całkowitą.

10 (6 pkt). Liczby 3 i –1 są pierwiastkami wielomianu

$$W(x) = 2x^3 + ax^2 + bx + 30.$$

a) Wyznacz wartości współczynników a i b.

b) Oblicz trzeci pierwiastek tego wielomianu.

To zadanie można było rozwiązać wieloma metodami. Każda z nich wymagała jednak dokładności rachunków, a z tym bywało różnie. A przecież tak łatwo było (zwłaszcza mając kalkulator) sprawdzić, czy otrzymany wynik jest poprawny – zarówno w odniesieniu do liczb a i b, jak i szukanego pierwiastka.

11 (3 pkt). Sumę

$$S = \frac{3}{1 \cdot 4} + \frac{3}{4 \cdot 7} + \frac{3}{7 \cdot 10} + \ldots + \frac{3}{301 \cdot 304} + \frac{3}{304 \cdot 307}$$

można obliczyć w następujący sposób:

a) sumę S zapisujemy w postaci

$$S = \frac{4-1}{4\cdot 1} + \frac{7-4}{7\cdot 4} + \frac{10-7}{10\cdot 7} + \ldots + \frac{304-301}{304\cdot 301} + \frac{307-304}{307\cdot 304}$$

b) każdy składnik tej sumy przedstawiamy jako różnicę ułamków

$$S = \left(\frac{4}{4\cdot 1} - \frac{1}{4\cdot 1}\right) + \left(\frac{7}{7\cdot 4} - \frac{4}{7\cdot 4}\right) + \left(\frac{10}{10\cdot 7} - \frac{7}{10\cdot 7}\right) + \ldots + \left(\frac{304}{304\cdot 301} - \frac{301}{304\cdot 301}\right) + \left(\frac{307}{307\cdot 304} - \frac{304}{307\cdot 304}\right)$$

stąd

$$S = \left(1 - \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{7}\right) + \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{10}\right) + \ldots + \left(\frac{1}{301} - \frac{1}{304}\right) + \left(\frac{1}{304} - \frac{1}{307}\right)$$

więc

$$S = 1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{10} + \ldots + \frac{1}{301} - \frac{1}{304} + \frac{1}{304} - \frac{1}{307}$$

c) obliczamy sumę, redukując parami wyrazy sąsiednie, poza pierwszym i ostatnim

$$S = 1 - \frac{1}{307} = \frac{306}{307}.$$

Postępując w analogiczny sposób, oblicz sumę

$$S_1 = \frac{4}{1\cdot 5} + \frac{4}{5\cdot 9} + \frac{4}{9\cdot 13} + \ldots + \frac{4}{281\cdot 285}.$$

Wydaje się, że to zadanie nie było zbyt dobrze dobrane. Wymaga ono w zasadzie tylko mechanicznego zastosowania podanej procedury (co można zrobić nawet w pamięci), nie sprawdza zatem, czy uczeń umie *ze zrozumieniem* zaaplikować nieznaną sobie metodę. Nie sprawiało problemów (tym, którzy go nie przegapili...).

Arkusz II. Poziom rozszerzony. Czas pracy 150 minut

12 (5 pkt). Korzystając z zasady indukcji matematycznej wykaż, że dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$ prawdziwy jest wzór

$$1\cdot 3\cdot (1!)^2 + 2\cdot 4\cdot (2!)^2 + \ldots + n(n+2)(n!)^2 = [(n+1)!]^2 - 1$$

Zadanie na indukcję matematyczną, które według mnie niewiele sprawdzało. Jeżeli uczeń w ogóle się za nie zabierał i nie pogubił się w rachunkach, to na ogół je rozwiązywał. Jednak na przykładzie tego zadania chciałbym zrobić dwie uwagi.

Wielu uczniów dowodziło tezy indukcyjnej, przekształcając ją (z wykorzystaniem założenia indukcyjnego) aż do otrzymania zdania prawdziwego. Jest to sposób nieelegancki, choć w tym przypadku poprawny. Obawiam się jednak, że sporo osób stosujących tę metodę dowodzenia (nie tylko w dowodach indukcyjnych) nie ma świadomości, że takie rozumowanie jest poprawne tylko wtedy, gdy każdy jego krok jest równoważnością (nie wystarczy wynikanie!). Może więc warto byłoby zaproponować na egzaminie maturalnym zadanie, które sprawdzi, czy uczniowie odróżniają implikację od równoważności?

Mam też nieodparte wrażenie (które potwierdzają moje doświadczenia ze studentami matematyki), że większość uczniów *nie rozumie* twierdzenia o indukcji matematycznej – co najwyżej opanowali oni algorytm, pozwalający dowodzić wzorów „z kropkami” i rozwiązywać kilka innych typów zadań. Czy warto zatem umieszczać wśród zadań maturalnych takie, które sprawdza tylko opanowanie tego algorytmu?

13 (5 pkt). Dany jest ciąg (a_n), gdzie

$$a_n = \frac{5n+6}{10(n+1)}$$

dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$.

a) Zbadaj monotoniczność ciągu (a_n).

b) Oblicz $\lim\limits_{n\to\infty} a_n$

c) Podaj największą liczbę a i najmniejszą liczbę b takie, że dla każdego n spełniony jest warunek $a \leq a_n \leq b$.

Z wyliczeniem granicy ciągu nie było problemów. Przy badaniu monotoniczności zdający najczęściej badali różnicę dwóch kolejnych wyrazów i, o ile nie pomylili się w rachunkach, dochodzili do poprawnej konkluzji (choć niektórzy zapominali ją porządnie sformułować). Zdarzały się próby wykorzystania pochodnej, na ogół niepoprawne z przyczyn formalnych – uczniowie zapominali, że nie można różniczkować ciągu. Natomiast podpunkt c) był swego rodzaju testem na zrozumienie pojęcia ciągu – albo uczeń podawał dobrą odpowiedź, albo nie pisał nic lub podejmował zupełnie bezowocne próby rozwiązania.

14 (4 pkt).

a) Naszkicuj wykres funkcji $y = \sin 2x$ w przedziale $\langle -2\pi, 2\pi\rangle$.

b) Naszkicuj wykres funkcji

$$y = \frac{|\sin 2x|}{\sin 2x}$$

w przedziale $\langle -2\pi, 2\pi\rangle$ i zapisz, dla których liczb z tego przedziału spełniona jest nierówność

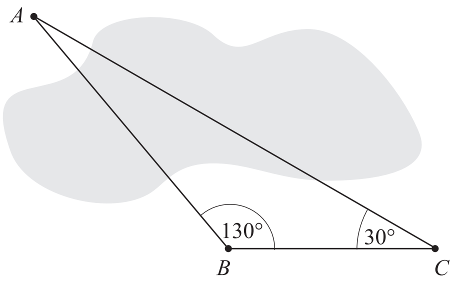
$$\frac{|\sin 2x|}{\sin 2x} < 0.$$

To zadanie ujawniło problemy, jakie mają uczniowie z rysowaniem wykresów funkcji $f(ax)$. Często zamiast wykresu funkcji $y = \sin 2x$ pojawiały się wykresy funkcji $y = \sin\frac{1}{2}x$ i $y = 2\sin x$ W drugiej części zadania najprościej było odczytać potrzebne informacje ze sporządzonego przed chwilą wykresu. Część osób wykonywała jednak rachunki, korzystając z definicji wartości bezwzględnej. Według mnie było to przyczyną faktu, że niekiedy zapominali o dziedzinie funkcji $y = \frac{|\sin 2x|}{\sin 2x}$ i zaznaczali, że w punktach $x = \frac{k\pi}{2}$ przyjmuje ona wartość 1.

15 (4 pkt). Uczniowie dojeżdżający do szkoły zaobserwowali, że spóźnienie autobusu zależy od tego, który z trzech kierowców prowadzi autobus. Przeprowadzili badania statystyczne i obliczyli, że w przypadku, gdy autobus prowadzi kierowca A, spóźnienie zdarza się w 5% jego kursów, gdy prowadzi kierowca B w 20% jego kursów, a gdy prowadzi kierowca C w 50% jego kursów. W ciągu 5-dniowego tygodnia nauki dwa razy prowadzi autobus kierowca A, dwa razy kierowca B i jeden raz kierowca C. Oblicz prawdopodobieństwo spóźnienia się szkolnego autobusu w losowo wybrany dzień nauki.

Kolejne typowe zadanie z rachunku prawdopodobieństwa, wymagające znajomości prawdopodobieństwa całkowitego i znów typowe problemy z jego rozwiązaniem. „Drzewka” znów popularne, choć niekiedy używane bez zrozumienia i w konsekwencji błędnie.

16 (3 pkt). Obiekty A i B leżą po dwóch stronach jeziora. W terenie dokonano pomiarów odpowiednich kątów i ich wyniki przedstawiono na rysunku. Odległość między obiektami B i C jest równa 400 m.



Oblicz odległość w linii prostej między obiektami A i B i podaj wynik, zaokrąglając go do jednego metra.

Bardzo łatwe zadanie, jednak niektórym sprawiało duże problemy. Czasami można było odnieść wrażenie, iż zdający z góry zakłada, że rozwiązanie musi być skomplikowane i zamiast użyć tw. sinusów lub opuścić wysokość z wierzchołka B, stosuje np. dwukrotnie tw. cosinusów...

17 (6 pkt). Na okręgu o promieniu r opisano trapez równoramienny $ABCD$ o dłuższej podstawie AB i krótszej CD. Punkt styczności S dzieli ramię BC tak, że $\frac{|CS|}{|SB|} = \frac{2}{5}$.

a) Wyznacz długość ramienia tego trapezu.

b) Oblicz cosinus kąta CBD.

Według mnie najtrudniejsze zadanie tej matury. Wydaje się, że osoby przygotowujące ten arkusz przeznaczyły na jego rozwiązanie zbyt mało miejsca – często zdającemu wystarczało go tylko na podpunkt a). Do jego rozwiązania niezbędne było dobre zrozumienie sytuacji, gdy okrąg jest wpisany w czworokąt. Wielu uczniów kończyło rozwiązywanie zadania po wykonaniu rysunku, przepisaniu założenia z jego treści i ewentualnie stwierdzeniu, że sumy długości przeciwległych boków trapezu są równe. Bardzo nieliczne były udane lub prawie udane próby obliczenia cosinusa w podpunkcie b). Warto zwrócić też uwagę na nieprecyzyjność w sformułowaniu zadania – czytając je bardzo formalnie można było przyjąć długości $|AB|$ i $|CD|$ jako dane.

18 (7 pkt). Wśród wszystkich graniastosłupów prawidłowych trójkątnych o objętości równej 2 m^3 istnieje taki, którego pole powierzchni całkowitej jest najmniejsze. Wyznacz długości krawędzi tego graniastosłupa.

Typowe zadanie optymalizacyjne. Jeśli uczeń poprawnie zinterpretował sytuację i nie popełnił błędu rachunkowego, to na ogół otrzymywał poprawny wynik. Pewne kłopoty sprawiało klarowne uzasadnienie, że badana funkcja opisująca pole powierzchni całkowitej graniastosłupa w wyliczonym miejscu zerowym swojej pochodnej istotnie przyjmuje najmniejszą wartość (niektórzy w ogóle zapominali o konieczności podania takiego argumentu). Poza tym część uczniów podawała tylko długość jednej z krawędzi, zapominając o wyliczeniu długości drugiej z nich.

19 (7 pkt). Nieskończony ciąg geometryczny (a_n) jest zdefiniowany wzorem rekurencyjnym: $a_1 = 2$, $a_{n+1} = a_n \cdot \log_2(k-2)$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Wszystkie wyrazy tego ciągu są różne od zera. Wyznacz wszystkie wartości parametru k, dla których istnieje suma wszystkich wyrazów nieskończonego ciągu (a_n).

Jeżeli ktoś nie przestraszył się rekurencyjnej definicji ciągu, to na ogół częściowo rozwiązywał to zadanie. Częściowo, gdyż większość osób nie zauważyła konieczności uwzględnienia założenia $q \neq 0$ i w konsekwencji otrzymało zły wynik.

Moim zdaniem 7 punktów za to zadanie to trochę za dużo, zwłaszcza w porównaniu z zadaniem 17.

20 (4 pkt). Dane są funkcje:

$f(x) = 3^{x^2-5x}$

i $g(x) = \left(\frac{1}{9}\right)^{-2x^2-3x+2}$

Oblicz, dla których argumentów x wartości funkcji f są większe od wartości funkcji g.

Standardowe zadanie, niesprawiające większych problemów. Ponownie sporo błędów rachunkowych, głównie przy wyznaczaniu pierwiastków równania kwadratowego (a to przecież tak łatwo sprawdzić...).

21 (5 pkt). W trakcie badania przebiegu zmienności funkcji ustalono, że funkcja f ma następujące własności:

- jej dziedziną jest zbiór wszystkich liczb rzeczywistych,
- f jest funkcją nieparzystą,
- f jest funkcją ciągłą

oraz:

$f'(x) < 0$ dla $x \in (-8, -3)$,

$f'(x) > 0$ dla $x \in (-3, -1)$,

$f'(x) < 0$ dla $x \in (-1, 0)$,

$f'(-3) = f'(-1) = 0$,

$f(-8) = 0$,

$f(-3) = -2$,

$f(-2) = 0$,

$f(-1) = 1$.

W prostokątnym układzie współrzędnych na płaszczyźnie naszkicuj wykres funkcji f w przedziale $\langle -8, 8\rangle$, wykorzystując podane powyżej informacje o jej własnościach.

Ciekawe zadanie warte szczególnej uwagi. Jest ono bowiem pewną nowością, łamiącą schemat myślenia o badaniu funkcji. Zazwyczaj mamy funkcję, której przebieg należy zbadać – tu zaś mamy częściowe wyniki badania nieznanej funkcji, której wykres mamy odtworzyć. Jego zaletą jest to, że uczeń musi wykazać się zrozumieniem znaczenia poszczególnych etapów badania funkcji – w razie wątpliwości nie może sobie ze wzoru wyznaczyć kilku dodatkowych punktów... Zdający na ogół dobrze radzili sobie z ciągłością i monotonicznością funkcji. Kłopoty sprawiała różniczkowalność (na wykresie pojawiały się „ostrza”), były też problemy z nieparzystością. Niektórzy uczniowie w ogóle nie potrafili zinterpretować tej informacji lub mylili ją z parzystością, inni nie umieli dobrze odbić wykresu względem środka układu współrzędnych.

Mając na uwadze porównanie tegorocznego egzaminu maturalnego z zeszłorocznym jestem zdania, że zmiany w jego treści idą w dobrym kierunku. Zwłaszcza arkusz podstawowy nie był tak przeładowany, jak rok temu, lepiej też były sformułowane zadania z treścią. W arkuszu rozszerzonym brakowało mi trochę zadania ze stereometrii (bo trudno za takie uznać zadanie 18) – mogłoby ono zastąpić np. zadanie dotyczące indukcji. Mam też nadzieję, że w przyszłości będzie więcej zadań, które sprawdzają nie tylko opanowanie techniki, ale też zrozumienie odpowiedniej partii materiału, takich jak zadanie 21. ❑

JAN KRASZEWSKI

pracownik Uniwersytetu Wrocławskiego,
egzaminator OKE we Wrocławiu,
redaktor „Matematyki”