Matura 2008 – w cieniu błędu?

Coroczne spostrzeżenia i refleksje egzaminatorów maturalnych.

MONIKA BOLANOWSKA, JAN KRASZEWSKI, JANUSZ NOWAK, IWONA WENDT

Tegorocznej maturze z matematyki towarzyszyła burza medialna związana z błędnie sformułowanym zadaniem w arkuszu rozszerzonym oraz dwuznacznym wyjaśnieniem tej sytuacji, udzielonym przez Centralną Komisję Egzaminacyjną[1]. To zamieszanie odwróciło uwagę od matury z matematyki jako całości. Jaka była w tym roku?

Tradycyjnie już matura przebiegała według nieco innych procedur niż dotychczasowe – w tym roku amnestię zastąpiono sierpniową poprawką. Istotne znaczenie dla uczniów miał też bezprecedensowy fakt, że w związku z ubiegłorocznymi zmianami w podstawie programowej z matematyki CKE wyraźnie wskazała, jakich zagadnień w arkuszach maturalnych nie będzie.

Pomimo wspomnianego zamieszania, w ocenie wielu nauczycieli matematyki zestawy maturalne były, poza wspomnianym błędem i drobnymi usterkami, dobrze przygotowane. Zadania miały zróżnicowany poziom trudności, obejmowały swoim zakresem różnorodne zagadnienia i umiejętności matematyczne. W stosunku do lat ubiegłych poziom trudności został obniżony, pomimo to żadne z zadań nie okazało się dla uczniów banalne.

Warto zauważyć też zmianę w organizacji arkuszy. W przeciwieństwie do lat ubiegłych, za żadne zadanie nie można było uzyskać więcej niż 5 punktów, natomiast zwiększono liczbę zadań do dwunastu. O ile w przypadku matury rozszerzonej nie była to duża różnica, to „przeciętnemu” uczniowi, rozwiązującemu zadania na poziomie podstawowym, 120 minut nie wystarcza na dłuższą chwilę zastanowienia, dotyczącą analizy zadania oraz wyboru metody rozwiązania, nie mówiąc już o czasie, który powinien mieć na sprawdzenie poprawności wykonanych obliczeń. Może należałoby wydłużyć egzamin na poziomie podstawowym do 150 minut?

Po tym wstępie przechodzimy do corocznego opisu najczęściej powtarzających się uczniowskich błędów (niektóre z sugestiami dydaktycznymi). Niestety, bardzo niewiele różnią się one od zeszłorocznych. Czy za rok będzie lepiej?

1. Kłopoty z tym, co zrobić, czyli niezrozumienie istoty zadania (zazwyczaj twierdzenia) bądź niedokładne przeczytanie treści zadania.

Zrozumienie istoty zadania to stały problem, związany z zadaniami zaczynającymi się od słów „wykaż”, „udowodnij”,

[1] Por. artykuł: Jan Kraszewski, *Błąd na maturze*, „Matematyka” 6/2008, s. 340–341.

„uzasadnij” czy „sprawdź” – uczniowie nie umieją rozróżnić, co wiedzą (z czego wolno korzystać), a co mają uzasadnić (a zatem co mają wywnioskować i z czego, wobec tego, absolutnie **nie wolno** korzystać).

Zdarzały się również błędy, wynikające z nieuważnego przeczytania treści zadania. Konsekwencją tego było to, że uczeń rozwiązywał niejednokrotnie trudniejsze zadanie, aniżeli miał rozwiązać.

2. Kłopot z tym, jak zrobić, czyli brak pomysłu, brak zrozumienia podejmowanych działań oraz brak umiejętności zapisania swoich myśli.

Jak zwykle (i bardzo dobrze) część zadań wymagała wyjścia poza wyuczone algorytmy. I tu zaczynały się kłopoty – gdy zadanie nie pasowało do wytrenowanego schematu i wymagało stworzenia własnego planu działania (choćby nieskomplikowanego). Jak na dłoni widać było nieumiejętność myślenia matematycznego, brak kreatywności, a także nieznajomość bądź niezrozumienie definicji. Rozpaczliwe próby zdobycia punktów skutkowały pojawianiem się nawet długich „wypracowań” o znikomej wartości merytorycznej.

Zauważalna była też nieumiejętność poprawnego sformułowania w języku matematycznym swoich wynurzeń.

3. Kłopot z tym, co wyszło, czyli nieumiejętność interpretacji wyników lub brak refleksji nad sensownością otrzymanych rezultatów.

Problem z interpretacją wyników polegał na tym, że niektórzy zdający nie potrafili na podstawie nawet poprawnie wykonanych obliczeń sformułować ostatecznej prawidłowej odpowiedzi. Mieli też kłopoty z oceną przydatności otrzymanych wyników i właściwym formułowaniem wniosków („coś policzyłam/em, coś wyszło, ale dlaczego i po co?”).

Jak zwykle też pojawiały się rozwiązania bezsensowne (ujemna cena benzyny lub cena wyższa przed podwyżkami niż po nich, prawdopodobieństwo większe od 1, niecałkowita liczba osób w grupie itd.), co w ogóle nie martwiło ich autorów...

O tym, że czynność sprawdzania poprawności otrzymanych wyników jest niemalże zapomniana, nie będę już wspominał (choć brak czasu może być pewnym usprawiedliwieniem).

4. Niesprawność algebraiczna, czyli nie umiemy przekształcać „znaczków”.

Wielki problem maturzystów, zarówno na poziomie podstawowym, jak i rozszerzonym. Mają oni spore kłopoty z przekształcaniem wyrażeń algebraicznych oraz z algebraizacją swoich rozważań. Wydaje się, iż często uczniowie operując na „literkach” zapominają (lub w ogóle tego nie wiedzą), że nie są one jedynie napisami, które przekształca się według pewnych algorytmów, ale mają swoje matematyczne **znaczenie**, którego zrozumienie warunkuje sens jakichkolwiek działań na nich.

5. Niesprawność rachunkowa, czyli nie umiemy liczyć.

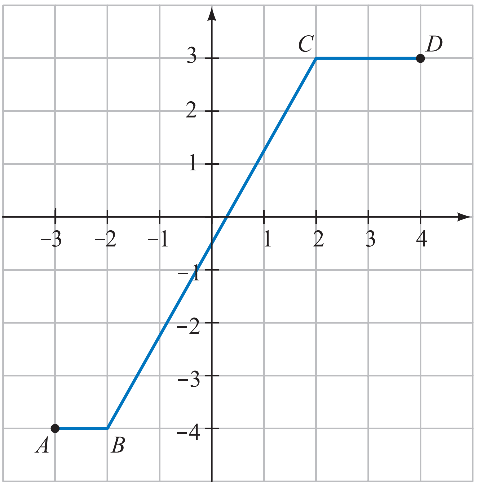
Kłopoty z działaniami na potęgach, na przykład $4^{23} = (2^2)^{21} = 2^{23}$, kłopoty z działaniami na pierwiastkach, np. $\sqrt{16+49} = \sqrt{16} + \sqrt{49} = 3 + 4 = 7$), kłopoty z użyciem tablic itd.

Przejdziemy teraz do omówienia poszczególnych zadań i trudności, jakie sprawiały.

Arkusz podstawowy

Zadania były elementarne, widać, że CKE przeciera szlaki przed obowiązkowym egzaminem maturalnym z matematyki. Największe trudności sprawiały zadania geometryczne.

1 (4 pkt). Na poniższym rysunku przedstawiono łamaną $ABCD$, która jest wykresem funkcji $y = f(x)$.



Korzystając z tego wykresu:

a) zapisz w postaci przedziału zbiór wartości funkcji f,

b) podaj wartość funkcji f dla argumentu $x = 1 - \sqrt{10}$,

c) wyznacz równanie prostej BC,

d) oblicz długość odcinka BC.

Dość łatwe zadanie, z którym poradziła sobie większość uczniów. Największe problemy były z podpunktem b) – niektórych zdających zaskoczyła konieczność wyznaczenia wartości funkcji dla nietypowego argumentu $x = 1 - \sqrt{10}$. W wielu przypadkach uczniowie nie skorzystali nawet z kalkulatora, by wyznaczyć przybliżoną wartość x i ta część zadania zostawała bez odpowiedzi.

Ponadto część maturzystów myliła zbiór wartości funkcji z jej dziedziną oraz miała problemy rachunkowe z poprawnym wyznaczeniem równania prostej przechodzącej przez punkty B i C.

2 (4 pkt). Liczba przekątnych wielokąta wypukłego, w którym jest n boków i $n \geq 3$ wyraża się wzorem

$$P(n) = \frac{n(n-3)}{2}.$$

Wykorzystując ten wzór:

a) oblicz liczbę przekątnych w dwudziestokącie wypukłym.

b) oblicz, ile boków ma wielokąt wypukły, w którym liczba przekątnych jest pięć razy większa od liczby boków.

c) sprawdź, czy jest prawdziwe następujące stwierdzenie: *Każdy wielokąt wypukły o parzystej liczbie boków ma parzystą liczbę przekątnych.*

Odpowiedź uzasadnij.

W tym zadaniu nie sprawiło uczniom kłopotu zastosowanie podanego wzoru i obliczenie liczby przekątnych wielokąta, ale poprawne zapisanie równania $P(n) = 5n$ nie dla wszystkich było oczywiste, pojawiały się równania $P(n) = 5$ czy $P(n) = n + 5$. Potem zdarzały się problemy z poprawnym rozwiązaniem równania kwadratowego z uwzględnieniem przyjętych założeń.

Najtrudniejszy okazał się ostatni podpunkt – na czym ma polegać uzasadnienie? Tylko nieliczni zdający uzasadnili, że podane stwierdzenie jest fałszywe podając odpowiedni kontrprzykład, większość nawet metodą prób i błędów nie potrafiła dojść do poprawnej konkluzji.

3 (4 pkt). Rozwiąż równanie

$$4^{23}x - 32^{9}x = 16^{4} \cdot (4^{4})^{4}.$$

Zapisz rozwiązanie tego równania w postaci 2^k, gdzie k jest liczbą całkowitą.

Równanie liniowe w nietypowej postaci. Sporo maturzystów nie wiedziało, od czego zacząć. Rozwiązanie zadania utrudniał, a nawet uniemożliwiał albo brak znajomości elementarnych działań na potęgach, albo niska sprawność w przekształcaniu wyrażeń algebraicznych. Tylko nieliczni „przebrnęli" przez potęgi i rozwiązali zadanie podając odpowiedź w postaci potęgi liczby 2.

4 (3 pkt). Koncern paliwowy podnosił dwukrotnie w jednym tygodniu cenę benzyny, pierwszy raz o 10%, a drugi raz o 5%. Po obu tych podwyżkach jeden litr benzyny, wyprodukowanej przez ten koncern, kosztuje 4,62 zł. Oblicz cenę jednego litra benzyny przed omawianymi podwyżkami.

Typowe zadanie na procenty, „z życia wzięte". Większości zdających nie sprawiło problemów, choć nie brakowało i takich, dla których podwyżki sumują się i w konsekwencji dochodzą do wniosku, że cena benzyny wzrosła o 15%, inni zaś podwyżki liczyli z góry, czyli od ceny już po podwyżce.

5 (5 pkt). Nieskończony ciąg liczbowy (a_n) jest określony wzorem

$$a_n = 2 - \frac{1}{n}, \quad n = 1, 2, 3, \ldots$$

a) Oblicz, ile wyrazów ciągu a_n jest mniejszych od 1,975.

b) Dla pewnej liczby x trzywyrazowy ciąg (a_2, a_7, x) jest arytmetyczny. Oblicz x.

Proste zadanie, sprawdzające znajomość pojęcia ciągu arytmetycznego. Pierwsza część nie sprawiała maturzystom wielu problemów, choć byli i tacy, którzy liczyli „na piechotę" wyraz po wyrazie, zamiast rozwiązać prostą nierówność. W drugiej części zadania częsty błąd to utożsamienie szukanej niewiadomej x z a_{12}.

6 (5 pkt). Prosta o równaniu

$$5x + 4y - 10 = 0$$

przecina oś Ox układu współrzędnych w punkcie A oraz oś Oy w punkcie B. Oblicz współrzędne wszystkich punktów C leżących na osi Ox i takich, że trójkąt ABC ma pole równe 35.

Zadanie z geometrii analitycznej tradycyjnie już sprawiło zdającym wiele trudności. Poprawne narysowanie prostej i wyznaczenie punktów A i B to dla niektórych już nie lada wyczyn. W dalszej części zadania najczęściej brakowało uczniom pomysłów na jego dokończenie, a wykonując dalsze obliczenia często popełniali błędy rachunkowe oraz wyznaczali zamiast dwóch punktów tylko jeden. Zadanie to jest klasycznym przykładem na brak umiejętności czytania ze zrozumieniem, gdyż była wyraźnie mowa o obliczeniu współrzędnych **wszystkich** punktów C.

7 (4 pkt). Dany jest trapez, w którym podstawy mają długość 4 cm i 10 cm oraz ramiona tworzą z dłuższą podstawą kąty o miarach 30° i 45°. Oblicz wysokość tego trapezu.

Klasyczne zadanie z planimetrii. Część uczniów nie miała w ogóle pomysłu na rozwiązanie tego zadania, dla niektórych maturzystów dany trapez był równoramienny. Jednak większość zdających zauważyła pewne prawidłowości w powstałych trójkątach prostokątnych i wykorzystała funkcje trygonometryczne do znalezienia zależności pomiędzy dłuższą podstawą a wysokością trapezu (niestety nie wszyscy poprawnie stosują funkcje trygonometryczne). Obliczając wysokość trapezu, uczniowie usuwali niewymierność z mianownika. Osoby, które doszły do tego etapu, na ogół radziły sobie z tym problemem dość dobrze.

8 (4 pkt). Dany jest wielomian

$$W(x) = x^3 - 5x^2 - 9x + 45.$$

a) Sprawdź, czy punkt $A = (1, 30)$ należy do wykresu tego wielomianu.

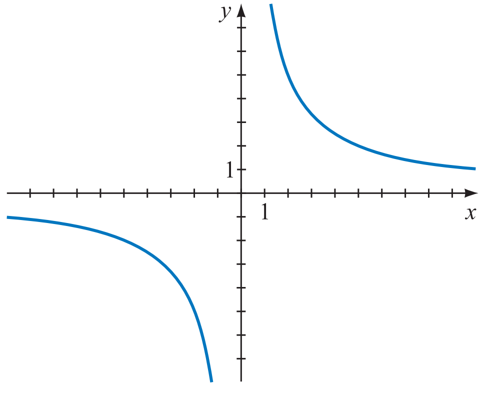
b) Zapisz wielomian W w postaci iloczynu trzech wielomianów stopnia pierwszego.

Elementarne zadanie z wielomianem. Pierwsza część nie stwarzała problemów, w drugiej pojawiły się kłopoty z rozłożeniem wielomianu na czynniki – z wyłączeniem znaku minus podczas grupowania, a następnie z zastosowaniem wzoru na różnicę kwadratów.

9 (5 pkt). Oblicz najmniejszą i największą wartość funkcji kwadratowej $f(x) = (2x+1)(x-2)$ w przedziale $\langle -2, 2\rangle$.

Typowe zadanie o funkcji kwadratowej okazało się dość trudne dla słabszych uczniów. Nie sprawdzali oni, czy odcięta wierzchołka paraboli leży w podanym przedziale i wyciągali wnioski dotyczące najmniejszej i największej wartości funkcji po obliczeniu wartości funkcji na końcach przedziałów.

10 (3 pkt). Rysunek przedstawia fragment wykresu funkcji h, określonej wzorem $h(x) = \frac{a}{x}$ dla $x \neq 0$. Wiadomo, że do wykresu funkcji h należy punkt $P = (2, 5)$.



a) Oblicz wartość współczynnika a.

b) Ustal, czy liczba $h(\pi) - h(-\pi)$ jest dodatnia czy ujemna.

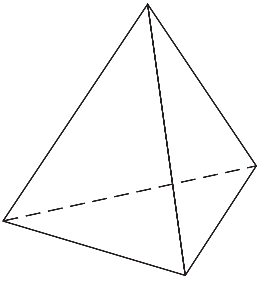
c) Rozwiąż nierówność $h(x) > 5$.

Pierwsze dwa podpunkty tego zadania o funkcji homograficznej uczniowie rozwiązywali na ogół bez większych kłopotów. W podpunkcie c) część z nich popełniała dość popularny błąd, mnożąc nierówność wymierną przez mianownik. Inni poradzili sobie z tym problemem, wybierając bezpieczną metodę rozwiązania – pomnożyli nierówność stronami przez x^2.

11 (5 pkt). Pole powierzchni bocznej ostrosłupa prawidłowego trójkątnego równa się

$$\frac{a^2\sqrt{15}}{4},$$

gdzie a oznacza długość krawędzi podstawy tego ostrosłupa. Zaznacz na poniższym rysunku kąt nachylenia ściany bocznej ostrosłupa do płaszczyzny jego podstawy. Miarę tego kąta oznacz symbolem β. Oblicz $\cos\beta$ i korzystając z tablic funkcji trygonometrycznych odczytaj przybliżoną wartość β z dokładnością do 1°.



Zadanie ze stereometrii jak zwykle sprawiło maturzystom wiele trudności. Uczniowie niepoprawnie zaznaczali kąt nachylenia ściany bocznej do płaszczyzny podstawy, ostrosłup prawidłowy trójkątny utożsamiali z czworościanem foremnym, powierzchnia boczna ostrosłupa to dla nich powierzchnia jednej ściany. Konsekwencją tych błędów były oczywiście nieprawidłowe rozwiązania.

12 (4 pkt). Rzucamy dwa razy symetryczną sześcienną kostką do gry. Oblicz prawdopodobieństwo każdego z następujących zdarzeń:

a) A – w każdym rzucie wypadnie nieparzysta liczba oczek.

b) B – suma oczek otrzymanych w obu rzutach jest liczbą większą od 9.

c) C – suma oczek otrzymanych w obu rzutach jest liczbą nieparzystą i większą od 9.

Sztampowe zadanie dotyczące rachunku prawdopodobieństwa wypadło dość dobrze. Uczniowie na ogół poprawnie wyznaczali moc zbioru Ω. Ewentualne błędy zdarzały się podczas zliczania zdarzeń elementarnych, sprzyjających zajściu konkretnego zdarzenia, zwłaszcza w sytuacji, gdy maturzysta nie wypisał sobie wszystkich elementów przestrzeni zdarzeń elementarnych.

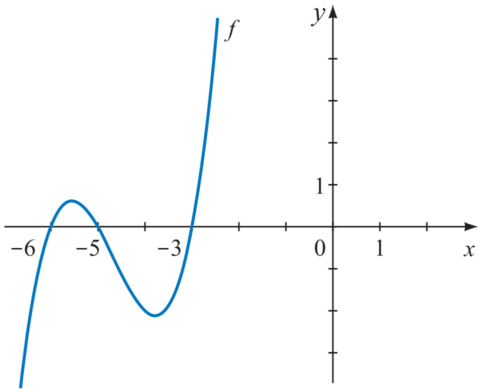
Arkusz rozszerzony

Osoby, piszące ten arkusz, podzieliły się na dwie grupy. Jedni (ci lepsi) uważali, że matura była banalnie prosta, inni (zapewne ci, którzy więcej czasu poświęcili na trenowanie algorytmów niż naukę rozumienia) byli odmiennego zdania. Wydaje się jednak, że bliżsi prawdy są ci pierwsi – oceniamy, że tylko osobom bardzo słabym nie udało się uzyskać wymaganych 30% punktów.

1 (4 pkt). Wielomian f, którego fragment wykresu przedstawiono na poniższym rysunku, spełnia warunek $f(0) = 90$. Wielomian g dany jest wzorem

$$g(x) = x^3 - 14x^2 + 63x - 90.$$

Wykaż, że $g(x) = -f(-x)$ dla $x \in \mathbb{R}$.



Słynne zadanie „z błędem”. Fakt, że zdecydowana większość uczniów zinterpretowała to zadanie zgodnie z oczekiwaniami CKE, nie oznacza, że Komisja miała rację, świadczy raczej o słabości nauczania o wielomianach. Przecież to, że uczeń nie zauważa nawet, iż podany fragment wykresu może dotyczyć wielomianu stopnia wyższego niż trzeci, ciężko uznać za zasługę – oznacza raczej, że uczeń ów jest niedouczony…

Osoby, które założyły, że mają do czynienia z wielomianem stopnia trzeciego albo rozwiązywały zadanie poprawnie, albo całkiem źle, wnioskując z tezy: „Najprościej jest coś udowodnić zakładając, że jest to prawdą i obliczając kilka punktów”.

2 (4 pkt). Rozwiąż nierówność

$$|x-2| + |3x-6| < |x|.$$

To typowe zadanie z wartością bezwzględną sprawiało różnorakie problemy. Część zdających nie umiała zastosować definicji wartości bezwzględnej i w niewłaściwy sposób ją opuszczała. Inne osoby po rozwiązaniu nierówności nie uwzględniały ograniczeń. Byli też i tacy, którzy nie umieli poprawnie zinterpretować wyników i podawali jako odpowiedź przekrój zbiorów, otrzymanych w poszczególnych przypadkach.

3 (5 pkt). Liczby $x_1 = 5 + \sqrt{23}$ i $x_2 = 5 - \sqrt{23}$ są rozwiązaniami równania

$$x^2 - (p^2 + q^2)x + (p + q) = 0$$

z niewiadomą x. Oblicz wartości p i q.

Maturzyści, którzy nie skorzystali ze wzorów Viète'a, mieli małe szanse powodzenia, na ogół gubili się w zawikłanych rachunkach. Zdarzały się osoby, które traktowały symbole p i q jako współrzędne wierzchołka paraboli...

4 (4 pkt). Rozwiąż równanie

$$4\cos^2 x = 4\sin x + 1$$

w przedziale $\langle 0, 2\pi \rangle$.

To sztampowe zadanie na ogół nie sprawiało specjalnych kłopotów poza błędami rachunkowymi czy błędami nieuwagi (złe podstawienie, złe lub niepełne odczytanie argumentu sinusa, nieuwzględnienie w rozwiązaniu ograniczeń).

5 (5 pkt). Dane jest równanie

$$\left| \frac{2}{x} + 3 \right| = p$$

z niewiadomą x. Wyznacz liczbę rozwiązań tego równania w zależności od parametru p.

Niezbyt wyszukane, ale jednak trudne zadanie, które ujawniło wiele problemów. Okazało się, że są duże trudności z poprawnym przekształcaniem wykresów (odbijano wykres funkcji $y = \frac{2}{x} + 3$ względem prostej $y = 3$ lub $x = 0$), dało się też zauważyć brak zrozumienia pojęcia asymptoty – odbita gałąź hiperboli kończyła się poniżej prostej $y = 3$ (bo wykres przybliża się do asymptoty, ale jej nie przecina…) albo na tej gałęzi nie było punktu o rzędnej 3 (bo wykres nie może przeciąć asymptoty…). Warto chyba w ramach omawiania na lekcji pojęcia asymptoty podać przykłady funkcji, których wykres przecina jedną ze swoich asymptot.

Część maturzystów próbowała rozwiązywać daną nierówność metodą algebraiczną, na ogół z fatalnym skutkiem. Brakowało zrozumienia celowości podjętych działań – większość osób rozwiązywała równanie, nie wiedząc zupełnie, co dalej zrobić z otrzymanym wynikiem. Znów pojawiły się problemy z niepoprawnym opuszczaniem wartości bezwzględnej. Niektórzy zdający nie odróżniali zmiennej od parametru (dla $p = 0$ nie ma rozwiązań, bo nie można dzielić przez zero…) – w szkole zadania z parametrem (zwłaszcza nierówności) coraz trudniej uświadczyć.

6 (3 pkt). Udowodnij, że jeżeli ciąg (a, b, c) jest jednocześnie arytmetyczny i geometryczny, to $a = b = c$.

Popularna był najskuteczniejsza metoda dowodzenia twierdzeń – dowód przez założenie tezy, co oznacza, że wiele osób ma trudność z odróżnieniem założenia od tezy i zrozumieniem, co to w ogóle jest dowód (niektórzy poprzestali na wypisaniu wzorów).

Drugą rzeczą, która zwracała uwagę, było wykonywanie przekształceń algebraicznych bez zastanawiania się nad ich znaczeniem – niejednokrotnie w trakcie obliczeń dzielono przez r (lub $q - 1$), by za chwilę stwierdzić, że $r = 0$ (lub $q = 1$).

7 (4 pkt). Uzasadnij, że **każdy** punkt paraboli o równaniu

$$y = \frac{1}{4}x^2 + 1$$

jest równoodległy od osi Ox i od punktu $F = (0, 2)$.

Kolejne zadanie na dowodzenie, które sprawiło spore problemy, ponieważ wymagało **zrozumienia** definicji z geometrii analitycznej. A to szwankowało – spora część zdających nie wiedziała, co to znaczy, że punkt należy do krzywej (w ogólności, nie konkretny wybrany punkt), czym jest odległość punktu od osi OX itd.

Były też trudności z kwantyfikatorami – wiele osób nie rozumiało, co to znaczy „Uzasadnij, że **każdy** punkt paraboli jest równoodległy...” i sprawdzało tezę dla jednego lub dwóch punktów.

Część maturzystów w ogóle nie miała pomysłu, na czym może polegać dowód, inni pisali długie i niezbyt sensowne „wypracowania” o osiach symetrii i równoodddaleniu. Warto również zauważyć, że sporo osób, które poprawnie rozwiązały zadanie, stosowało mało elegancką metodę sprowadzenia do tożsamości.

8 (4 pkt). Wyznacz współrzędne środka jednokładności, w której obrazem okręgu o równaniu $(x-16)^2+y^2=4$ jest okrąg o równaniu $(x-6)^2+(y-4)^2=16$, a skala tej jednokładności jest liczbą ujemną.

Zdecydowana większość uczniów bez trudności zidentyfikowała okręgi, wielu na tym poprzestało – pojawił się kłopot z zastosowaniem definicji jednokładności. Ci, którym się to udało, na ogół kończyli zadanie poprawnie. Mało osób używało wektorów, dominowała metoda z dwiema prostymi.

9 (4 pkt). Wyznacz dziedzinę i najmniejszą wartość funkcji

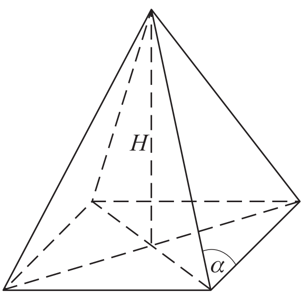
$$f(x) = \log_{\frac{\sqrt{2}}{2}}(8x-x^2).$$

To zadanie wypadło źle, większość zdających ograniczyła się do wyznaczenia dziedziny funkcji. Z tych, którzy poszli dalej, mało kto sprawiał wrażenie, że wie co robi (i po co). Bardzo brakowało choćby bardzo oszczędnego komentarza czy uzasadnienia wykonywanych przekształceń – niewiele osób napisało, że najmniejszą wartość dana funkcja przyjmie w punkcie, w którym argument (czyli $8x-x^2$) przyjmie wartość największą. Jest to zresztą szerszy problem – uczniowie na ogół sądzą, że „znaczki” same za nich mówić będą...

10 (4 pkt). Z pewnej grupy osób, w której jest dwa razy więcej mężczyzn niż kobiet, wybrano losowo dwuosobową delegację. Prawdopodobieństwo tego, że w delegacji znajdą się tylko kobiety jest równe 0,1. Oblicz, ile kobiet i ilu mężczyzn jest w tej grupie.

Dość proste zadanie z prawdopodobieństwa, z którym zdający poradzili sobie nieźle. Niektórzy z nich z nieznanych przyczyn inną metodą wyznaczali liczność zbioru wszystkich zdarzeń elementarnych, a inną – zbioru zdarzeń sprzyjających (i tylko raz wychodził poprawny wynik…). Dały się też zauważyć kłopoty z poprawnym opisywaniem drzewka prawdopodobieństw oraz z symbolem Newtona w trudniejszych przypadkach (poprawnie wyznaczano $\binom{n}{2}$, ale $\binom{3n}{2}$ już nie).

11 (5 pkt). W ostrosłupie prawidłowym czworokątnym dane są: H – wysokość ostrosłupa oraz α – miara kąta utworzonego przez krawędź boczną i krawędź podstawy ($45° < \alpha < 90°$).



a) Wykaż, że objętość V tego ostrosłupa jest równa

$$\frac{4}{3}\cdot\frac{H^3}{\mathrm{tg}^2\alpha-1}.$$

b) Oblicz miarę kąta α, dla której objętość V danego ostrosłupa jest równa

$$\frac{2}{9}H^3.$$

Wynik podaj w zaokrągleniu do całkowitej liczby stopni.

Ładne, nietypowe zadanie ze stereometrii. Większość maturzystów poprawnie dowodziła pierwszy podpunkt (tylko nieliczni próbowali wnioskować z tezy). W drugiej części dawała o sobie czasem znać nieumiejętność używania tablic – błędnie odczytywano wartość kąta dla podanej wartości funkcji trygonometrycznej.

12 (4 pkt). W trójkącie prostokątnym ABC przyprostokątne mają długości: $|BC| = 9$, $|CA| = 12$. Na boku AB wybrano punkt D tak, że odcinki BC i CD mają równe długości. Oblicz długość odcinka AD.

Niezbyt szczęśliwe zadanie geometryczne, przede wszystkim ze względu na nadmiar danych, a w konsekwencji zbyt dużo możliwości rozwiązania zadania. Ponadto nie ustrzeżono się usterki – zabrakło jednoznaczności, nie jest jasne czy autorowi zadania chodzi o jedno czy o dwa rozwiązania. Co zrobić, gdy uczeń zauważy, że wierzchołek B spełnia zadane warunki i na tym zakończy rozwiązanie? A wystarczyło dodać pytanie: „Czy istnieje tylko jeden punkt spełniający warunki zadania?”.

Uczniowie, o ile nie pogubili się wśród różnych dróg prowadzących do celu, na ogół radzili sobie z tym zadaniem.

Za rok kolejna matura i już słychać o planowanych zmianach, a za dwa lata czeka nas prawdziwa rewolucja, czyli obowiązkowy egzamin maturalny z matematyki. Czy przy obecnej liczbie godzin, przeznaczonych na matematykę, da się przygotować wszystkich potencjalnych maturzystów na takim poziomie, by w 2010 roku media nie odtrąbiły katastrofy narodowej? Zobaczymy. Cały czas mamy nadzieję, że jest to możliwe bez zakładania, że matura z matematyki będzie ograniczać się do dodawania ułamków... ❑

O AUTORACH

MONIKA BOLANOWSKA, XII LO we Wrocławiu, egzaminator maturalny z matematyki OKE we Wrocławiu

JAN KRASZEWSKI, Uniwersytet Wrocławski, egzaminator maturalny z matematyki OKE we Wrocławiu

JANUSZ NOWAK, Uniwersytet Opolski, egzaminator maturalny z matematyki OKE we Wrocławiu.

IWONA WENDT, III LO w Ostrowie Wielkopolskim, egzaminator maturalny z matematyki OKE w Poznaniu